

DOI:10.14044/j.1674-1757.pcrpc.2025.05.005

基于广义 Benders 分解的新能源接入配电网混合状态估计研究

高丽萍¹, 闫珺¹, 衡东强¹, 王淞², 李江²

(1. 国网河南省电力公司洛阳供电公司, 河南 洛阳 471000;

2. 上海电力大学电气工程学院, 上海 200090)

摘要:为解决分布式电源运行时离散和连续混合状态的不确定性给配电网状态估计运行带来的困难,本文提出了一种包含开关离散变量和电压连续变量的配电网混合状态估计方法。首先,该方法以最小二乘法为准则建立目标函数,考虑开关状态对节点导纳矩阵的作用机理,把节点电压和开关状态作为混合估计量构建复数的数学模型。针对复数变量求解的复杂性,通过坐标变换和实部虚部解耦将复变量转化为实变量,简化了数学模型的求解难度。然后,通过广义 Benders 分解的方法将数学模型分解成主问题和子问题,通过更新子问题求解结果,求解更新约束下的主问题,利用主-子问题交互迭代求解实现目标函数最优解。最后,在 IEEE 33 节点算例验证所提方法的有效性,通过与凸松弛求解的方法进行对比,显示了方法在计算速度和精度上的优越性。

关键词: 分布式电源; 混合状态估计; 开关状态; 广义 Benders 分解; 配电网

Research on Hybrid State Estimation of Distribution Networks with Renewable Energy Integration Based on Generalized Benders Decomposition

GAO Liping¹, YAN Jun¹, HENG Dongqiang¹, WANG Song², LI Jiang²

(1. State Grid Luoyang Power Supply Company, Henan Luoyang 471000, China; 2. College of Electrical Engineering, Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, China)

Abstract: To address the challenges brought by the uncertainty of discrete and continuous hybrid state during distributed generation operation to distribution network state estimation, a hybrid state estimation method incorporating both discrete switch variables and continuous voltage variables is proposed in this paper. First, the target function is set up with the least squares method as the criterion, the action mechanism of switch state to the nodal admittance matrix is considered, the node voltage and switch state are used as combined estimation to construct a complex mathematical model. Considering the complexity of solving complex variables, the complex variables is transformed into real variables by coordinating transformation and decoupling of real and imaginary parts. Then, the mathematical model is decomposed into master problem and a subproblem using the generalized Benders decomposition method (GBD). By updating the solution results of the subproblem, the master problem under the updated constraints is solved. The optimal solution of the objective function is achieved through the iterative solution of the master problem and subproblem in an interactive manner. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified in the simulation is verified using the IEEE 33-node test case. The superiority of the method in calculation speed and accuracy is demonstrated by comparing with the convex relaxation solution method.

Keywords: distributed power; hybrid state estimation; switch state; generalized benders decomposition; distribution network

收稿日期:2025-08-31

基金项目:国家自然科学基金(51977030);河南省电力公司揭榜挂帅项目(5217A0240001)。

0 引言

配电网状态估计对于保持系统的安全性和可靠性至关重要,因为它的功能直接用于处理测量并准确提取电力系统的节点电压幅值和相角^[1]。现有分析微相量测量单元(phasor measurement unit, PMU)数据的状态估计方法可分为基于模型的方法与数据驱动方法两大类^[2-6]。基于模型的方法依据物理方程构建,如加权最小二乘法(weighted least squares, WLS),虽应用广泛但对不良测量缺乏鲁棒性,且依赖精确的配电网物理模型^[7-8]。配电网常因量测不足导致无法完全可观测,使得传统方法难以获得唯一解^[9]。

为应对量测不足的问题,文献[10-11]通过对PMU测量和伪量测等多源测量数据进行融合处理,提出了一种基于神经网络的混合状态估计方法,但其依赖大量聚合数据,对通信和计算速度带来了新的问题。近年来,压缩感知技术被引入以提高系统的可观测性^[12-15],该方法依托潮流方程和已知拓扑进行估计,但在拓扑识别不准确时估计效果受限。

随着技术发展,数据驱动方法因不依赖物理模型而受到关注,其通过人工神经网络或并行分布式计算增强了针对不确定测量的状态估计鲁棒性。常用模型包括贝叶斯深度学习^[16-17]、基于门控或长短期记忆(long short-term memory, LSTM)的递归神经网络(recurrent neural networks, RNN)^[18]生成对抗网络和自动编码器^[6]。然而,由于分布式电源高渗透率给配电网运行带来的复杂性使得配电网状态估计面临重大挑战^[19-20],神经网络在捕捉复杂关系方面仍存在局限。为此,本文提出一种含分布式电源的开关离散变量与节点电压连续变量的混合状态估计模型^[21],以处理分布式电源引入的不确定性。

针对求解混合状态估计过程中的非凸规划问题,目前还缺乏一种理论上能严格兼顾解的最优性和计算效率的方法。文献[22-25]通过引入辅助变量降低非线性,文献[26]采用线性近似来处理状态估计中的非线性问题,但前者计算成本仍较高,后者未处理当前混合状态估计的求解仍面临非凸、非线性及离散变量带来的挑战,文献[22]和[27]提出使用凸松弛的方法来对离散变量进行松弛,该方法虽可提高求解效率,但这种松弛会造成计算精度的降低。

针对上述方法的不足,本文利用广义 Benders 分解技术(generalized benders decomposition, GBD)技术来求解混合整数非线性规划问题。GBD 技术将复杂的优化问题分解为主问题和子问题,使得求解过程更加高效。主问题可以专注于处理整体的决策变

量,而子问题则处理相关的局部约束和变量。这种分解可以显著降低问题的复杂性,从而提高求解效率。

本文首先利用隐式高斯法建立含分布式电源的配电网混合状态估计模型,然后,通过复数变量实虚部解耦,使得所建立的量测方程雅克比矩阵变为常数阵,简化了求解过程,且利用负荷功率量测和少量 PMU 电压实时量测相结合来解决配电网量测配置不足的问题。最后通过广义 Benders 分解的方法将主子问题交互迭代求解直到目标函数达到最优,并通过与凸松弛求解的方法进行对比,验证本文所提方法的优越性。

1 含分布式电源的配电网混合状态估计

1.1 状态估计数学模型

状态估计是根据配电系统量测信息以及负荷预测或负荷历史数据等伪量测数据,采用合适的算法来估计配电网状态,其目标函数是使节点电压、支路有功/无功功率、电流等变量的计算值与实测值之差最小。而状态估计的量测模型是基于配电系统网络拓扑、线路参数、状态变量和实时量测以及伪量测之间相互关系的量测函数方程,可表示为

$$z = h(x, s) + v \quad (1)$$

式中: x 为系统状态变量; s 为系统离散变量; v 为量测误差; z 为系统量测; $h(\cdot)$ 表示系统量测与混合状态变量之间的函数关系。根据最小二乘准则可得混合状态估计数学模型为

$$\begin{cases} \min & f(x, s) = (z - h(x, s))^T (z - h(x, s)) \\ \text{s.t.} & g(x, s) = 0 \\ & c(x, s) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中: $g(x, s)$ 为同时包含连续变量和离散变量的系统不等式约束; $c(x, s)$ 为同时包含连续变量和离散变量的系统等式约束。

1.2 配电网量测方程

本文通过图 1 含 n 个节点的辐射状配电网,提出基于隐式 Z_{bus} 高斯法的配电网量测方程^[20]。

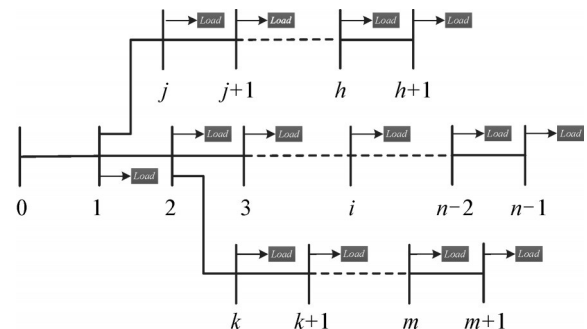


图1 辐射状 n 节点配电网
Fig. 1 Radial n -node distribution network

将配电网的源节点和其他节点分离,可将系统方程写为式(3)所示。

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{00} & Y_{0L} \\ Y_{L0} & Y_{LL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ V_L \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: I_0, V_0 为源节点的电流、电压向量; I_L, V_L 为除了源节点外其余节点的电流、电压相量。经过对式(3)的变形展开,那么除源节点外,其余节点的电压相量 V_L 式为

$$V_L = Y_{LL}^{-1}(I_L - Y_{L0}V_0) \quad (4)$$

式中: V_L 为待计算节点电压的列向量, $V_L = [V_1, V_2, \dots, V_{n-1}]^T_{1 \times (n-1)}$; Y_{LL} 为除源节点其他节点形成的导纳矩阵; Y_{L0} 源节点与其他节点之间的导纳矩阵; I_L 是节点注入电流的列向量, $I_L = [I_1, I_2, \dots, I_n]^T_{1 \times (n-1)}$ 。

在潮流计算中,节点 i 的注入电流 I_i 通常由节点 i 的注入功率 P_i, Q_i 除以节点 i 的电压 V_i 得到,如式(5)所示:

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i} \quad (5)$$

由于配电网节点电压波动很小,可使用 V_0 替代 V_i 进行简化潮流计算,然后将式(5)带入式(4)中,展开即为节点电压的潮流方程,如式(6)所示:

$$V_L = [Y_{LL}^{-1} \text{diag}(V_0)^{-1} - jY_{LL}^{-1} \text{diag}(V_0)^{-1}] \begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} - Y_{LL}^{-1} Y_{L0} V_0 \quad (6)$$

式中: $\text{diag}(V_0)^{-1}$ 表示一个 $(n-1) \times (n-1)$ 阶的对角矩阵,对角元素是 $(V_0)^{-1}$; $P = [P_1, P_2, \dots, P_{n-1}]^T_{1 \times (n-1)}$ 表示节点注入的有功功率,无功功率为 $Q = [Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-1}]^T_{1 \times (n-1)}$ 。

令 $M = [Y_{LL}^{-1} \text{diag}(V_0)^{-1} - jY_{LL}^{-1} \text{diag}(V_0)^{-1}]$, $W = -Y_{LL}^{-1} Y_{L0} V_0$, 可得出基于隐式 Z_{bus} 高斯法的配电网量测方程,如式(7)所示:

$$V_L = M \begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} + W \quad (7)$$

1.3 含分布式电源的配电网混合状态估计模型

分布式电源一般采用 PQ 控制方式,即 PQ 恒定模型^[21]。如图 2 含分布式电源的两节点配电系统所示,在电力系统潮流计算的过程中,所有节点的电气特性可能不相同,一些节点可能仅作为负载,而其他一些节点可能还包含作为可再生能源的光伏或风力发电机,而且本文在进行状态估计时不能忽略分布式电源与节点之间的线路阻抗,因此也就不能忽略分布式电源投入退出运行对配电网节点导纳矩阵的影响。

于是,引入开关变量 s ,把节点注入功率和导纳矩阵写成开关状态的函数,具体形式如式(8)~(9)所示:

$$\begin{cases} P_i = -P_{LD,i} + s_i P_{G,i} \\ Q_i = -Q_{LD,i} + s_i Q_{G,i} \end{cases} \quad (8)$$

$$Y_{LL} = \bar{Y} + s_1 Y_1 + s_2 Y_2 + \dots + s_m Y_m \quad (9)$$

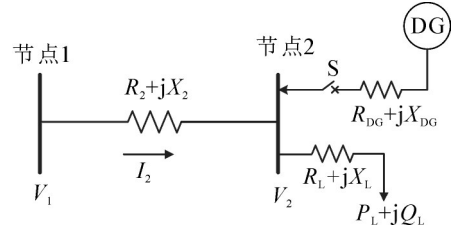


图2 含分布式电源的两节点配电系统
Fig. 2 Two node distribution system with distributed power

图中, P_i, Q_i 分别为节点流入有功和无功功率,流入节点为正方向; $P_{LD,i}, Q_{LD,i}$ 为负荷有功和无功功率; P_G, Q_G 为分布式电源的有功和无功功率。 $\bar{Y}$ 表示为具有永久连接(即不受开关控制)的导纳矩阵。 $s_i \in \{0, 1\}$ 表示第 i 个开关的状态,如果开关 s_i 闭合,就代表分布式电源投入运行,用数学表达式 $s_i = 1$ 来表示,同时分布式电源与节点之间的子导纳矩阵 Y_i 要添加到一般导纳矩阵 Y_{LL} 中,否则 Y_{LL} 中不含子导纳矩阵 Y_i 。于是可得出含开关变量的配电网量测方程,如式(10)所示:

$$V_L = M \begin{bmatrix} -P_{LD} + sP_G \\ -Q_{LD} + sQ_G \end{bmatrix} + W \quad (10)$$

由于(10)中的 M, W 都含有导纳矩阵 Y_{LL} 的逆, Y_{LL} 中又包含开关变量 $s_i \in \{0, 1\}$, 这会使得状态估计的优化问题求解变得复杂,因此将公式(10)乘以 Y_{LL} , 可以得到最终的含开关变量的配电网量测方程如式(11)所示:

$$Y_{LL} V_L = M_L \begin{bmatrix} -P_{LD} + sP_G \\ -Q_{LD} + sQ_G \end{bmatrix} - Y_{L0} V_0 \quad (11)$$

式中, $M_L = [\text{diag}(V_0)^{-1} - j \text{diag}(V_0)^{-1}]$ 。然后,根据式(11)有关节点电压与节点注入功率以及开关变量的量测函数方程,选取状态变量包括连续变量 V_L 和离散变量 s ,建立含有开关变量的配电网混合状态估计模型如(12)所示。其中,目标函数基于最小二乘法的思想写出,表示尽可能的搜寻一组系统状态使得系统的估计值与各自的真值之间误差的平方和达到最小。约束条件则表示的是节点电压与注入功率之间的潮流方程以及导纳矩阵与开关变量之间的函数方程,表示开关变量对导纳矩阵的控制作用。

$$\begin{cases} \min & \left\| Y_{LL} V_L - M_L \begin{bmatrix} -P_{LD} + sP_G \\ -Q_{LD} + sQ_G \end{bmatrix} + Y_{L0} V_0 \right\|_2^2 \\ \text{s.t.} & Y_{LL} V_L = M_L (-P_L + sP_G) + M_L (Q_L + sQ_G) - Y_{L0} V_0 \\ & Y_{LL} = \bar{Y} + s_1 Y_1 + s_2 Y_2 + \dots + s_m Y_m \\ & s_i \in \{0, 1\} \end{cases} \quad (12)$$

此外,由于在式(12)中含有大量的复数元素,这

导致了上述优化问题的求解非常困难。因此,为了降低计算难度,在使用广义 Benders 分解算法求解之前,需先进行复数元素的实部虚部解耦工作。本文使用下面的坐标变换公式把所有的节点电压相量写成直角坐标形式,然后进行实部和虚部的解耦^[22-24]。

$$V_i \cos \theta_v + j V_i \sin \theta_v = V_{i, \text{re}} + j V_{i, \text{im}} \quad (13)$$

式中: V_i 表示量测的电压幅值; θ_v 表示量测的电压相角; $V_{i, \text{re}}$ 和 $V_{i, \text{im}}$ 表示坐标变换之后的电压实部和虚部。令 $V_L = V_{\text{re}} + j V_{\text{im}}$, $V_0 = V_{0, \text{re}} + j V_{0, \text{im}}$, $Y_{LL} = G_{LL} + j B_{LL}$, $Y_{L0} = G_{L0} + j B_{L0}$, $\text{diag}(V_0)^{-1} = V_{\text{dre}} + j V_{\text{dim}}$ 然后带入到式(12)中。为了易于描述,利用 $U_m = AS_m - B$ 来表示解耦之后的潮流方程约束。其中, $U_m = [U_1, U_2]^T$, 表示配电网节点电压的实部虚部与电导和电纳之间的关系, $U_1 = G_{LL} U_{\text{re}} - B_{LL} U_{\text{im}}$, $U_2 = B_{LL} U_{\text{re}} + G_{LL} U_{\text{im}}$ 。同时, $A = [A_1, A_2]$, 表示源节点电压的实部和虚部, $A_1 = [U_{\text{dre}}, U_{\text{dim}}]^T$, $A_2 = [U_{\text{dim}}, -U_{\text{dre}}]^T$, $S_m = [-P_{LD} + sP_G, -Q_{LD} + sQ_G]^T$ 表示节点注入功率, $B = [B_1, B_2]^T$ 是一个常数矩阵,表示配电网的源节点与其他节点之间的联系。 $B_1 = G_{L0} V_{0, \text{re}} - B_{L0} V_{0, \text{im}}$, $B_2 = B_{L0} V_{0, \text{re}} + G_{L0} V_{0, \text{im}}$, G_{LL} , B_{LL} 表示开关与电导和电纳的函数关系。整理之后可得解耦后的含分布式电源的配电网混合状态估计数学模型,如式(14)所示:

$$\begin{cases} \min & \|U_m - AS_m + B\|_2^2 \\ \text{s.t.} & U_m = AS_m - B \\ & G_{LL} = \bar{G} + s_1 G_1 + \dots + s_m G_m \\ & B_{LL} = \bar{B} + s_1 B_1 + \dots + s_m B_m \\ & s_i \in \{0, 1\} \end{cases} \quad (14)$$

2 基于广义 Benders 分解算法求解配电网混合状态估计

2.1 广义 Benders 分解算法原理

上述状态估计问题是一个典型的混合整数非线性规划问题,适用于 GBD 的方法求解。GBD 基本思想是将复杂的混合整数非线性规划问题,分解成较为容易求解的子问题和主问题,通过两部分的交互迭代求解,最终得到全局最优解。其中, x 为系统状态变量, y 为系统离散变量, $g(x, y)$ 为不等式约束, $h(x, y)$ 为等式约束,基本原理见图 3。

对于子问题:求解过程中将原问题的离散变量固定之后,剩余模型为子问题。利用 NLP(nonlinear programming, NLP)求解器来判定子问题是否有解(第一次求解时,所选的初始离散变量一定要使得子问题有解),当子问题有解时,可以通过求解子问题的拉格朗日对偶问题式(15)获取连续变量 x^k , 以及对偶乘子向量的信息 λ^k 、 v^k 和原问题的上界

UB, 进而构建可行解约束式(16)返回到主问题中。当子问题无解时,考虑它不可行的约束条件,根据极小化不可行值之和的方法^[25]得到它的可行性子问题(feasible problem, FP)如式(17)。

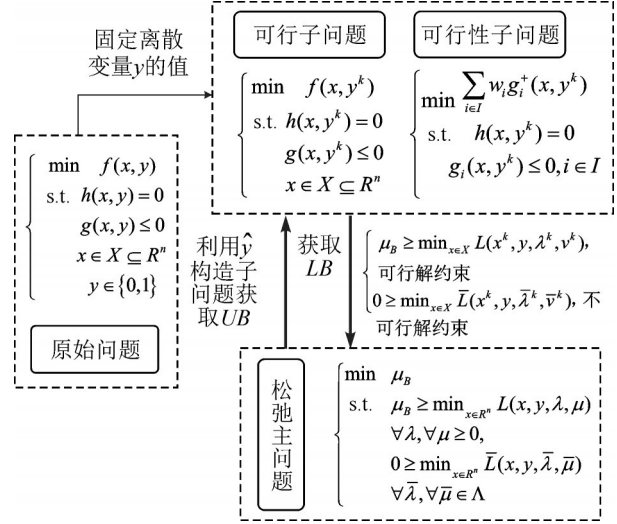


图3 广义 Benders 分解原理

Fig. 3 Generalized Benders decomposition principle

$$L(x, y^k, \lambda, v) = f(x, y^k) + \lambda^T h(x, y^k) + v^T g(x, y^k) \quad (15)$$

$$\mu_B \geq \min_{x \in X} L(x^k, y, \lambda^k, v^k) \quad (16)$$

$$\begin{cases} \min & \sum_{i \in I} w_i g_i^+(x, y^k) \\ \text{s.t.} & h(x, y^k) = 0 \\ & g_i(x, y^k) \leq 0, i \in I \end{cases} \quad (17)$$

式中, $\sum_{i \in I} w_i = 1$ 表示权重,它是非负的,不都是零, $g_i^+(x, y^k) = \max(0, g_i(x, y^k))$ 。可以通过求解可行性子问题的拉格朗日对偶问题式(18)获取对偶乘子向量的信息 $\bar{\lambda}^k$ 、 $\bar{v}^k$, 进而构建不可行解约束(19)返回到主问题中。

$$\bar{L}(x, y^k, \bar{\lambda}, \bar{v}) = (\bar{\lambda})^T h(x, y^k) + (\bar{v})^T g(x, y^k) \quad (18)$$

$$0 \geq \min_{x \in X} \bar{L}(x^k, y, \bar{\lambda}^k, \bar{v}^k) \quad (19)$$

$$\begin{cases} \min_{y \in Y, \mu_B} & \mu_B \\ \text{s.t.} & \mu_B \geq \min_{x \in X} L(x^k, y, \lambda^k, v^k) \\ & \forall \lambda, v \geq 0 \\ & 0 \geq \min_{x \in X} \bar{L}(x^k, y, \bar{\lambda}^k, \bar{v}^k) \\ & \forall (\bar{\lambda}^k, \bar{v}^k) \in \Lambda \end{cases} \quad (20)$$

对于松弛主问题(relaxed master problem, RMP): 因为很难枚举出主问题的所有约束,所以 GBD 算法求解的是引入松弛变量 μ_B 的松弛主问题,见式(20), 注意在最开始时,初始松弛主问题中无约束,无需求解,直接设置初始上下界即可。在求解子问题之后,向松弛主问题加入约束式(16)和约束式(19)开始迭代求解,求解松弛主问题得到离散变量 $\hat{y}$ 与原问题下界 $LB = \mu_B$, 因为约束式(16)和式(19)是有限的,就可以保证在有限次迭代过程中得到最优解,

当 $|LB - UB| \leq \varepsilon$ 时,迭代结束。

2.2 离散变量连续化松弛

连续化松弛是一种在优化问题中常用的技术,具有普适性和实际效益。为了让整个分解过程更加简洁,令 $F(U_{re}, U_{im}, s)$ 表示状态估计的目标函数, $T(U_{re}, U_{im}, s)$ 表示等式约束条件,具体如式(21)–(22)所示

$$F(U_{re}, U_{im}, s) = \|U_m - AS_m + B\|_2^2 \quad (21)$$

$$T(U_{re}, U_{im}, s) = \begin{cases} U_m = AS_m - B \\ G_{LL} = \bar{G} + s_1 G_1 + \dots + s_m G_m \\ B_{LL} = \bar{B} + s_1 B_1 + \dots + s_m B_m \end{cases} \quad (22)$$

于是,原始问题可以表示为

$$\begin{cases} \min & F(U_{re}, U_{im}, s) \\ \text{s.t.} & T(U_{re}, U_{im}, s) \\ & U_{re}, U_{im} \in R^n, s \in S = \{0, 1\}^m \end{cases} \quad (23)$$

2.3 原始问题分解

在对离散变量进行连续化松弛之后,获取离散变量的初始值,可以将原始问题进行主问题和子问题分解,子问题和主问题的数学形式如下:

1) 子问题

$$P(s^k) = \begin{cases} \min & F(U_{re}, U_{im}, s^k) \\ \text{s.t.} & T(U_{re}, U_{im}, s^k) \\ & U_{re}, U_{im} \in R^n \end{cases} \quad (24)$$

对于式(23)这个原始问题,通过固定开关变量 $s^k = [s_1^k \dots s_m^k]^T$,就可以得到子问题 $P(s^k)$ 。子问题可行时构建的拉格朗日对偶问题与可行解约束如(25)–(26)所示:

$$L(U_{re}, U_{im}, s^k, \lambda) = F(U_{re}, U_{im}, s^k) + \lambda^T T(U_{re}, U_{im}, s^k) \quad (25)$$

$$\mu_B \geq \min_{U_{re}, U_{im} \in R^n} L(U_{re}, U_{im}, s^k, \lambda^k) \quad (26)$$

2) 可行性子问题(FP)

$$FP = \begin{cases} \min & \sum_{i \in I} w_i g_i^+(U_{re}, U_{im}, s^k) \\ \text{s.t.} & T(U_{re}, U_{im}, s^k) = 0 \\ & g_i(U_{re}, U_{im}, s^k) \leq 0, i \in I \end{cases} \quad (27)$$

子问题不可行时构建的拉格朗日对偶问题与可行解约束如式(28)–(29)所示:

$$\bar{L}(U_{re}, U_{im}, s^k, \bar{\lambda}) = \bar{\lambda}^T T(U_{re}, U_{im}, s^k) \quad (28)$$

$$0 \geq \min_{U_{re}, U_{im} \in R^n} \bar{L}(U_{re}, U_{im}, s^k, \bar{\lambda}^k) \quad (29)$$

3) 松弛主问题(relaxed master problem, RMP)

$$\begin{cases} \min_{s \in S, \mu_B} & \mu_B \\ \text{s.t.} & \mu_B \geq \min L(U_{re}^k, U_{im}^k, s, \lambda^k) \\ & \forall \lambda \geq 0 \\ & 0 \geq \min \bar{L}(U_{re}^k, U_{im}^k, s, \bar{\lambda}^k) \\ & \forall \bar{\lambda}^k \in \Lambda \end{cases} \quad (30)$$

式中, μ_B 表示松弛变量,它的可行解约束和不可行解约束如式(26)与式(29)所示。

2.4 广义Benders分解具体流程

求解过程中将原问题分解为主问题和子问题。主问题是以分布式电源的开关变量为状态变量的估计问题,变量类型为0-1变量。子问题是以节点电压的实部和虚部为状态变量的估计问题,变量类型是连续型变量。广义Benders分解流程图见图4。

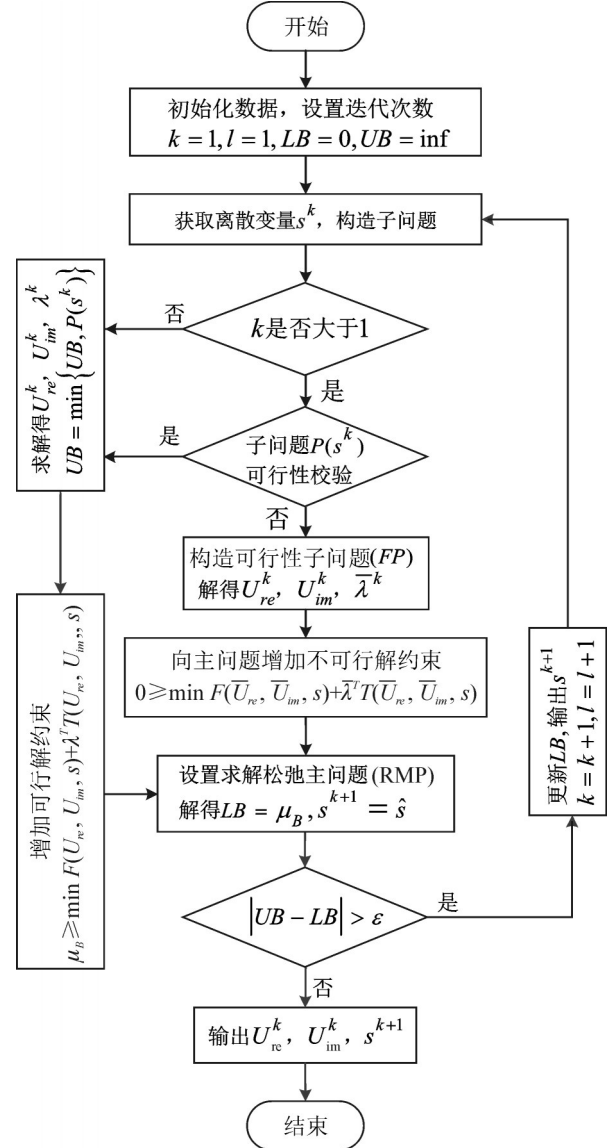


图4 广义Benders分解流程图
Fig. 4 Generalized Benders decomposition flow chart

采用广义Benders分解方法求解含有开关变量和连续变量的配电网混合状态估计问题的具体步骤如下:

步骤1: 设定一个离散变量的初始序列 $s^1 \in S = \{0, 1\}^m$, 设置可行迭代次数 $k=1$, 不可行迭代次数 $l=1$, 初始化原问题的上界和下界 UB, LB 。令

对偶间隙 ε 取一个极小值。根据构建松弛主问题的原则,选定的初始离散变量 $s=s^1$ 一定使得建立子问题有解,所以不需要经过步骤2的判断,直接转入步骤3求解。

步骤2:通过固定 $s=\hat{s}$ 得到新的子问题 $P(\hat{s})$,通过 NLP 求解器的返回值来判断子问题 $P(\hat{s})$ 是否有解,若返回值等于0,则子问题有解,转入步骤3;若返回值不等于0,则子问题 $P(\hat{s})$ 无解,转入步骤4。

步骤3:求解子问题可行时构建的拉格朗日对偶问题式(25),获取最优连续解变量 $\hat{U}_{re}$ 、 $\hat{U}_{im}$ 以及最优乘子向量 $\hat{\lambda}$,构建可行解约束式(26),以及更新原问题的上界 $UB=\min\{UB, P(\hat{s})\}$ 。令 $k=k+1$, $\lambda^k=\hat{\lambda}$ 。向主问题添加可行解约束式(26),转入步骤5继续求解。

步骤4:求解子问题不可行时构建的拉格朗日对偶问题式(28),获取最优乘子向量 $\bar{\lambda}$,构建不可行解约束式(29),令 $l=l+1$, $\bar{\lambda}^l=\bar{\lambda}$,向主问题添加不可行解约束式(29),转入步骤5继续求解。

步骤5:通过 U_{re}^k , U_{im}^k , 以及可行解约束式(26)和不可行解约束式(29)构建松弛主问题,进行求解得到 $(\hat{s}, \hat{\mu}_B)$ 。同时得到下界 $LB=\hat{\mu}_B$ 。

步骤6:当 $|LB-UB|\leq\varepsilon$ 时迭代结束,输出 U_{re}^k , U_{im}^k , s^{k+1} ;否则,转入步骤2继续求解。

3 算例分析

3.1 系统数据

为了验证本文所提出方法和模型的效果,本文所选用含新能源的 IEEE 33 节点系统^[21]进行仿真验证。设系统的基准值为 $S_B=100$ MVA,线电压 $U_B=10$ kV,忽略对地支路的并联电容,分布式电源设置为 PQ 恒定型模型进行状态估计。有功功率采用预测数据,不考虑分布式电源的无功功率输入。开关的位置与分布式电源的位置一致,分布式电源位置、功率、量测配置及其他参数如表1所示。其中,系统0号节点为平衡节点,其他节点均为 PQ 节点,系统主接线如图5所示。

表1 IEEE 33节点系统各参数设置
Table 1 Parameter setting of IEEE 33 node system

参数	数值
分布式电源位置	6,8,10,13,15,16,19,22,26,28,29,31
分布式电源功率/kW	50
开关个数	12
功率量测信息	节点负荷功率(全部)
功率量测噪声	标准高斯噪声
PMU 量测信息	节点电压量测
实时量测噪声	标准高斯噪声
PMU 位置	1,4,7,10,13,16,20,23,26,29,32

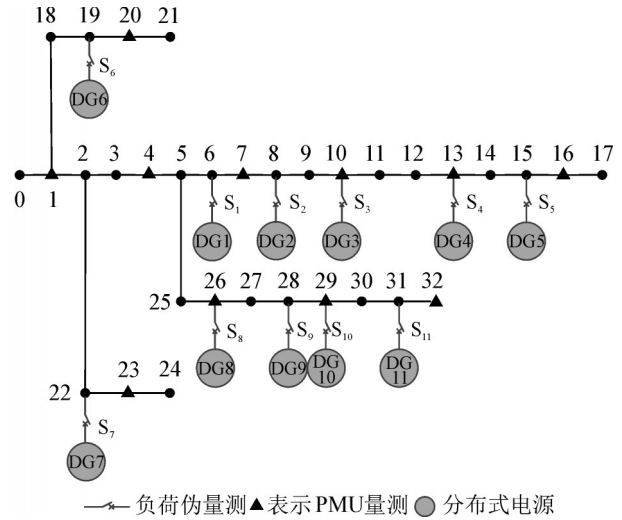


图5 IEEE 33节点配电网拓扑
Fig. 5 Topology of IEEE 33 node distribution network

3.2 仿真分析

为了验证在含大量分布式电源的配电网中,本文所提方法在准确性和计算效率两方面的优点,根据上述状态估计模型分别采用 GBD 方法和凸松弛方法进行混合状态估计问题的求解,最终估计结果如图6-7以及表2所示。

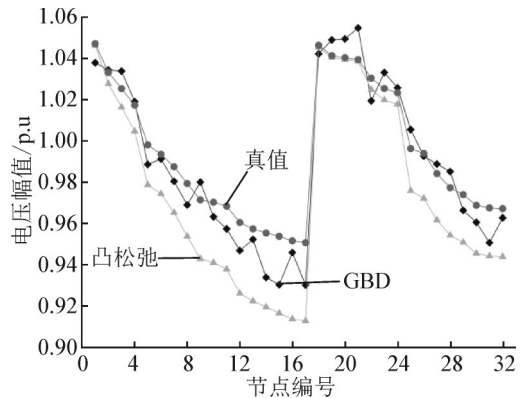


图6 IEEE 33节点电压状态估计结果对比
Fig. 6 Comparison of IEEE 33 node network voltage state estimation results

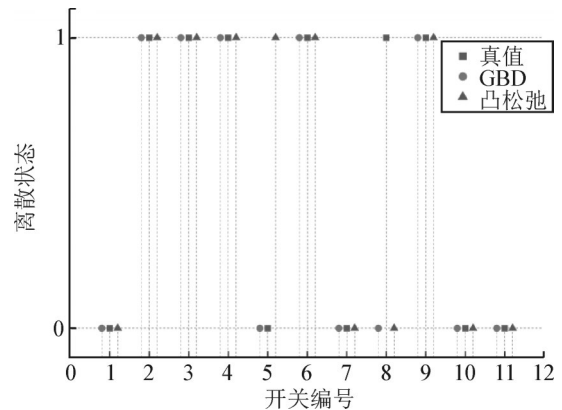


图7 开关状态估计结果对比
Fig. 7 Comparison of the switch state estimation results

表 2 正确率、迭代次数、运行时间比较
Table 2 Comparison among accuracy, number of iterations and operation time

方法	正确率/%	迭代次数	运行时间/s
GBD	87	16	2.424
凸松弛	69	9	2.120

由于 IEEE 33 节点在运行过程中相角变化很小,在下述分析中,不进行对相角的估计结果的展示和分析。图 6 展示了在一次估计过程中每个方法对电压幅值的估计与真值的对比,很显然,在精确的求解方法方面,GBD 算法进行状态估计的效果比凸松弛方法求解的效果好,GBD 算法在对连续状态的方面提供了与真值非常相似的结果,而凸松弛所求解的结果误差较大。图 7 展示了在离散状态估计方面,GBD 算法估计的偏差比使用凸松弛方法求解的更小,求解的更加精确。

表 2 展示了实现每个方法所需要的平均运行时间、平均迭代次数以及他们各自得出的平均正确率。平均正确率是对所有离散状态估计的正确率取一个均值。其中,相比于凸松弛求解方法而言,使用 GBD 算法在将复杂模型简化成两个相对容易的模型之后,迭代次数增加了近一倍,运行时间只增加了 0.3 s 左右,但正确率却提高了 18%。

为验证在可再生能源和负荷需求可变的情况下,本文所提出的混合状态估计方法对于提高配电网的运行可靠性和效率两方面的有效性,本文选取 IEEE 33 节点系统的一个典型日负荷进行验证,分布式电源则选定为光伏发电,设定光伏出力的阈值为 5 kW,即光伏出力高于阈值后才接入配电网,典型日负荷与光伏发电曲线如图 8 所示。根据分布式电源投入的设定阈值,选取从 8:00 到 20:00 的 13 个时刻配网负荷数据和光伏出力数据进行验证。采用 GBD 算法和凸松弛算法分别进行 100 次测试。每次测试,设置不同开关状态,保证与上一次测试时的开关状态不同。节点注入功率和分布式电源出力保持不变。

对于开关变量估计的正确率结果如图 9 所示。结果表明,负荷与光伏出力的变化对所提方法的估计精度基本没有影响,13 个时刻 GBD 算法求解的正确率均稳定在 85% 以上,凸松弛算法求解的正确率均稳定在 60% 以上,GBD 所以对于离散状态和连续状态混合估计效果均优于凸松弛算法。

图 9 展示了离散变量的估计效果。可以看出使用 GBD 算法求解的每个离散状态的估计正确率均在 85% 以上,大约比使用凸松弛算法求解的效果高 20%。连续状态和离散状态的估计效果验证了 GBD 算法在求解混合状态估计问题方面的优越性。

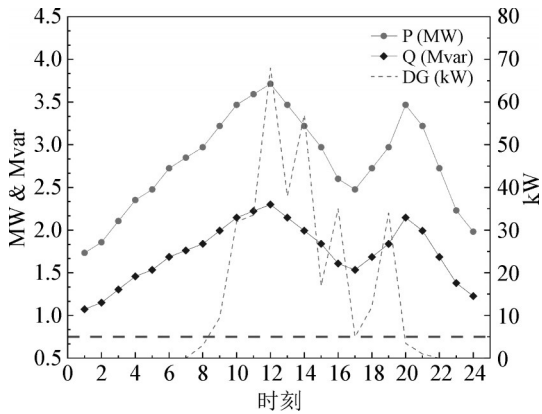


图 8 典型日负荷曲线与光伏发电曲线
Fig. 8 Typical daily load curve and photovoltaic power generation curve

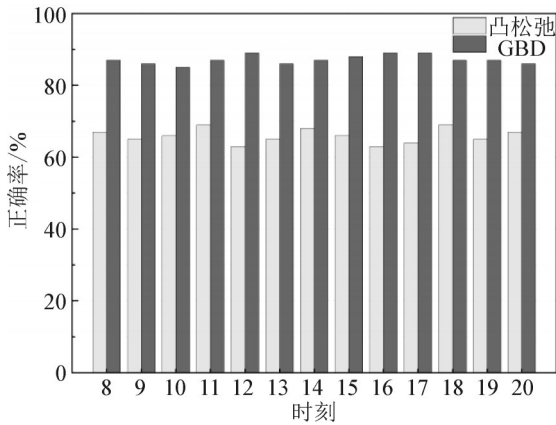


图 9 开关状态估计的正确率对比
Fig. 9 Comparison of the accuracy of switch state estimation

4 结语

针对分布式电源运行时离散和连续混合状态的不确定性给配电网运行调控带来的困难,本文提出了一种含分布式电源的配电网混合状态估计方法,可以得出以下结论:

1) 本文所提状态估计模型以节点电压和开关状态为待求量,并考虑了开关状态对节点导纳矩阵的影响,将其作为等式约束加入该模型,而且利用坐标变换和实部虚部对复数变量和复数方程进行解耦,简化了计算过程。算例表明,该方法可以正确识别哪些分布式电源向配电网注入功率以及系统各节点电压;

2) 本文提出应用广义 Benders 分解算法对该混合状态估计问题进行求解,将原问题分解成主问题和子问题,然后交互迭代求解直到目标函数达到最优。算例表明,跟凸松弛求解方法进行比较,该算

法不仅提高了计算精度,而且提高了计算速度。

此外,由于实际电网中真实量测状态较为复杂,本文的研究由于没有基于现场实测数据,因此尚存在不足,下一步可结合实测数据进行更深入的研究。

参考文献

- [1] 曲正伟,张嘉曦,王云静,等.考虑分布式电源不确定性的配电网改进仿射状态估计[J].电力系统自动化,2021,45(23):104-112.
QU Zhengwei, ZHANG jiaxi, WANG yunjing, et al. Improved affine state estimation for distribution networks considering the uncertainty of distributed power sources[J]. Automation of Electric Power Systems, 2021,45(23): 104-112.
- [2] 高骞,杨俊义,刘凯,等.基于数据驱动技术的配电网拓扑结构及线路参数识别方法[J].电力电容器与无功补偿,2023,44(2):77-87.
GAO Qian, YANG Junyi, LIU Kai, et al. Data-driven technology-based identification method for distribution network topology and line parameters[J]. Power Capacitor & Reactive Power Compensation, 2023,44(2):77-87.
- [3] 方治,宋绍剑,林子彰,等.含光伏电站和蓄电池储能系统的主动配电系统状态估计[J].电力系统自动化,2019,43(13):71-79.
FANG Zhi, SONG Shaojian, LING Yuzhang, et al. State estimation of active distribution systems with photovoltaic power stations and battery energy storage systems[J]. Automation of Electric Power Systems, 2019, 43(13): 71-79.
- [4] 徐俊俊,吴在军,张腾飞,等.融入多源量测数据的配电网分布式区间状态估计[J].中国电机工程学报,2022,42(24):8888-8900.
XU Junjun, WU Zaijun, ZHANG Tengfei, et al. Interval state estimation for active distribution networks considering uncertainties of multiple types of DGs and loads[J]. Proceedings of the CSEE, 2022,42(24):8888-8900.
- [5] 宋雨露,樊艳芳,刘牧阳,等.基于SC-DNN和多源数据融合的新能源电力系统状态估计方法[J].电力系统保护与控制,2023,51(9):177-187.
SONG Yulu, FAN Yanfang, LIU Muyang, et al. State estimation method of a new energy power system based on SC-DNN and multi-source data fusion[J]. Power System Protection and Control, 2023, 51(9): 177-187.
- [6] MESTAV K R, LUENGO-ROZAS J L, TONG L. Bayesian state estimation for unobservable distribution systems via deep learning[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019,34(6): 4910-4920.
- [7] CAVRARO G, COMDEN J, DALL'ANESE E, et al. Real-time distribution system state estimation with asynchronous measurements[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2022, 13(5): 3813-3822.
- [8] TIAN G, GU Y, SHI D, et al. Neural-network-based power system state estimation with extended observability[J]. Modern Power Systems and Clean Energy, 2021, 9(5): 1043-1053.
- [9] 余建树,李朝霞,龚雪娇,等.基于并行粒子群算法的电力系统分区抗差状态估计[J].电网技术,2022,46(8):3139-3149.
YU Jianshu, LI Zhaoxia, GONG Xuejiao, et al. Robust state estimation of power system based on parallel particle swarm optimization and partition calculation[J]. Power System Technology, 2022, 46(8): 3139-3149.
- [10] 胡家祥,曹迪,胡维昊,等.融入拓扑知识的图神经网络配电网抗差状态估计方法[J].电力系统自动化,2023,47(10):84-97.
HU Jiaxiang, CAO Di, HU Weihao, et al. Robust state estimation method for distribution networks based on graph neural networks integrating topological knowledge[J]. Automation of Electric Power Systems, 2023, 47(10): 84-97.
- [11] KARIMI H S, NATARAJAN B. Joint topology identification and state estimation in unobservable distribution grids[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2021, 12(6): 5299-5309.
- [12] DAHALE S H, KARIMI S, LAI K, et al. Sparsity based approaches for distribution grid state estimation - a comparative study[J]. IEEE Access, 2020, 8: 198317-198327.
- [13] AZIMIAN B, BISWAS R S, MOSHTAGH S, et al. State and topology estimation for unobservable distribution systems using deep neural networks[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2022, 71: 1-14.
- [14] ZYMNIS A, BOYD S, GORINEVSKY D. Mixed state estimation for a linear Gaussian Markov model[C]// 2008 47th IEEE Conference on Decision and Control. Cancun, Mexico: IEEE, 2008: 3219 - 3226.
- [15] YUAN LI, MCCALLEY J D. A general benders decomposition structure for power system decision problems [C]// 2008 IEEE International Conference on Electro/Information Technology. Ames, IA, USA: IEEE, 2008: 72-77.
- [16] 刘思夷,赵波,汪湘晋,等.基于Benders分解的独立型微电网鲁棒优化容量配置模型[J].电力系统自动化,2017,41(21):119-126.
LIU Siyi, ZHAO Bo, WANG Xiangjin, et al. A robust optimal capacity allocation model for independent microgrids based on benders decomposition[J]. Automation of Electric Power Systems, 2017, 41(21): 119-126.
- [17] 卢志刚,杨宇,耿丽君,等.基于Benders分解法的电热综合能源系统低碳经济调度[J].中国电机工程学报,2018,38(7):1922-1934.
LU Zhigang, YANG Yu, GENG Lijun, et al. Low-carbon economic dispatch of the integrated electrical and heating

- systems based on benders decomposition[J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38(7): 1922-1934.
- [18] 许道林, 谢兵, 伍毅, 等. 基于多层双向递归神经网络的短期电力负荷预测[J]. 电力电容器与无功补偿, 2022, 43(2): 96-104.
- XU Daolin, XIE Bing, WU Yi, et al. Short-term power load forecasting based on multi-layer bidirectional recurrent neural network[J]. Power Capacitor & Reactive Power Compensation, 2022, 43(2): 96-104.
- [19] 石亚东, 刘冉, 王铖恺, 等. 基于Benders分解和分枝定界的随机交期批量流水车间调度[J/OL]. 上海交通大学学报, (2023-05-19)[2023-07-14].
- SHI Yadong, LIU Ran, WANG Chengkai, et al. Stochastic due-date lot-streaming flow shop scheduling with benders decomposition and branch-and-bound[J]. Journal of Shanghai Jiao tong University, (2023-05-19)[2023-07-14].
- [20] 艾鹏, 张雪霞, 王晓茹. 基于补偿算法改进的隐式Z_l(bus)高斯潮流计算方法[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(21): 67-72.
- AI Peng, ZHANG Xuexia, WANG Xiaoru. An enhanced implicit Zbus Gauss method based on compensation method for power flow calculation[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(21): 67-72.
- [21] 高元海, 王淳, 辛建波, 等. 计及接地阻抗及含多种分布式电源的中低压配电网三相潮流计算(一): 模型[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(10): 2619-2627.
- GAO Yuanhai, WANG Chun, XIN Jianbo, et al. Three-phase power flow calculation of medium-low voltage distribution network considering grounding impedance and containing various distributed generators, Part I: models[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(10): 2619-2627.
- [22] HE X, LI C, DU M, et al. Hybrid measurements-based fast state estimation for power distribution system[J]. IEEE Access, 2021, 9: 21112-21122.
- [23] NETO M S I, ASADA E N, State estimation for distribution systems using branch currents as state variables[C]// 2016 12th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON), Curitiba, PR, Brazil: IEEE, 2016: 1-6.
- [24] LANGNER A L, ABUR A, Formulation of three-phase state estimation problem using a virtual reference[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2021, 36(1): 214-223.
- [25] TASKIN, ZEKI CANER. Benders Decomposition[M]. Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science, 2021.
- [26] 王守相, 王成山. 现代配电系统分析[M]. 北京: 高等教育出版社, 2014.
- [27] 林哲, 胡泽春, 宋永华. 最优潮流问题的凸松弛技术综述[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(13): 3717-3728.
- LIN Zhe, HU Zechun, SONG Yonghua. Convex relaxation for optimal power flow problem: a recent review[J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(13): 3717-3728.

作者简介:

高丽萍(1976—),女,高级工程师,主要从事电网规划发展研究、新能源并网及消纳等工作。

闫璐(1976—),女,工程师,主要从事电网调度自动化、电网运行方式工作。

衡东强(1989—),男,工程师,主要从事电力调度工作。

王淦(1997—),女,博士研究生,研究方向为电力系统优化调度。E-mail:1599364432@qq.com。

李江(1979—),男,教授,研究方向为大规模电网经济调度与主动控制、电力系统同步量测技术与应用等。